

Mécanique

Mouvement d'un électron dans un tube à électrons

Partie A - Calculs préliminaires

1- Un vide assez poussé est nécessaire dans le tube à électron afin de supprimer les interactions entre les électrons et les atomes de gaz. En effet si un gaz était présent dans le tube, même à faible pression, les électrons ne pourraient parcourir que quelques micromètres avant d'être stoppés.

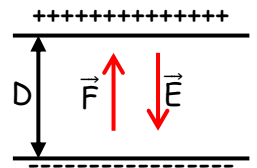
2- L'expression vectorielle du poids \vec{P}_e de l'électron étant $\vec{P}_e = m_e \cdot \vec{g}$, sa valeur sera donc:

$$P_e = m_e \cdot g = 9,11 \cdot 10^{-31} \times 9,81 = 8,94 \cdot 10^{-30} \text{N}$$

3- L'expression vectorielle de la force électrique \vec{F} à laquelle est soumis l'électron est:

$\vec{F}_2 = q \cdot \vec{E}_2 = -e \cdot \vec{E}_2$ avec $E_2 = \frac{U_2}{D_2}$ (Doc 2) Cette force sera opposée au champ électrique puisque les électrons portent une charge élémentaire négative, donc du - vers + des plaques (figure ci-contre). La valeur F_2 de la force entre les plaques P_1 et P_2 du tube à électrons sera alors:

$$F_2 = e \cdot \frac{U_2}{D_2} = 1,60 \cdot 10^{-19} \times \frac{600}{6,0 \cdot 10^{-2}} = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{N}$$



4- On aura ainsi $F_1 \gg P$ et $F_2 \gg P$ ($F \approx 10^{14} \cdot P$). On pourra donc négliger le poids et la seule force à l'origine de la déviation du faisceau d'électrons entre les plaques P_1 et P_2 sera la force électrique F_2 .

Partie B - Canon à électrons

5- Le canon à électron permet d'accélérer et focaliser les électrons émis par le filament chauffé, afin d'obtenir un faisceau rectiligne d'électrons homocinétiques (vitesse V_0) (Doc 1)

6- Schéma légendé et complété du canon à électron ci-contre.

7- Le référentiel étant supposé Galiléen on pourra appliquer la seconde loi de Newton:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_1 = q \cdot \vec{E}_1 = -e \cdot \vec{E}_1 = m_e \cdot \vec{a}$$

8- Par projection sur l'axe Ox on aura: $e \cdot E_1 = m_e \cdot a_x$, d'où:

$$a_x = \frac{e}{m_e} \cdot E_1$$

9- L'accélération dérivant de la vitesse on aura: $V_x = \frac{e}{m_e} \cdot E_1 \cdot t + cte$.

A $t=0$ la vitesse étant nulle on en déduit que la cte est nulle, d'où l'expression de la vitesse V_x :

$$V_x = \frac{e}{m_e} \cdot E_1 \cdot t \quad (1)$$

10- La vitesse dérivant de la position on aura: $x = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m_e} \cdot E_1 \cdot t^2 + cte$

A $t=0$ l'électron se trouve en $x=0$, on en déduit que la cte est nulle, d'où l'expression de la position x :

$$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m_e} \cdot E_1 \cdot t^2 \quad (2)$$

11- La relation (2) nous donne pour le temps: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot m_e}{e \cdot E_1} \cdot x}$

En remplaçant le temps par cette expression dans la relation (1) on aura: $V_x = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot E_1}{m_e} \cdot x}$

En tenant compte que $E_1 = \frac{U_1}{D_1}$ (Doc 2), nous aurons lorsque l'électron parvient à la plaque B ($x=D_1$) la vitesse:

$$V_B = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_1}{m_e}}$$

12- Application numérique:

$$V_B = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_1}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \cdot 10^{-19} \times 600}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,45 \cdot 10^7 \text{m/s}$$

13- L'énergie cinétique E_c de cet électron est:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot V_B^2 = \frac{1}{2} \times 9,11 \cdot 10^{-31} \times (1,45 \cdot 10^7)^2 = 9,60 \cdot 10^{-17} \text{J} = 600 \text{eV}$$

On peut retrouver ce résultat en eV autrement sans calcul. En effet, on a :

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot V_B^2 = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \frac{2 \cdot e \cdot U_1}{m_e} = e \cdot U_1 \quad \text{soit en eV} \quad E_c = \frac{e \cdot U_1}{e} = U_1 = 600 \text{eV}$$

Partie C - Déviation des électrons

14- Schéma légendé et complété de la cellule de déviation ci-contre.

15- Les composante V_{0x} et V_{0y} de la vitesse initiale V_0 dans le repère $(O'; x, y)$ sont :

$$\vec{V}_{0'} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

16- Le référentiel étant supposé Galiléen on pourra appliquer la seconde loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}_2 = q \cdot \vec{E}_2 = -e \cdot \vec{E}_2 = m_e \cdot \vec{a}$$

D'où le vecteur accélération \vec{a} , perpendiculaire aux plaques P_1 et P_2 et dirigé vers "le bas" (dans le même sens que \vec{g}) :

$$\vec{a} = -\frac{e}{m_e} \cdot \vec{E}_2$$

17- Les composantes a_x et a_y de l'accélération dans le repère $(O'; x, y)$ sont :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{e}{m_e} \cdot E_2 \end{cases}$$

18- En tenant compte des conditions initiales à $t=0$ ($V_x(0)=V_0$ et $V_y(0)=0$), les composantes V_x et V_y de la vitesse dans le repère $(O'; x, y)$ sont :

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = -\frac{e}{m_e} \cdot E_2 \cdot t \end{cases}$$

19- En tenant compte des conditions initiales à $t=0$ ($x(0)=0$ et $y(0)=0$), les composantes V_x et V_y de la position dans le repère $(O'; x, y)$ sont :

$$\vec{O'M} \begin{cases} x = V_0 \cdot t \\ y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m_e} \cdot E_2 \cdot t^2 \end{cases}$$

20- Par élimination du paramètre temps t de ces deux équation (avec $t = \frac{x}{V_0}$) on obtient l'équation de la trajectoire de l'électron dans le repère $(O'; x, y)$:

$$y(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U_2}{m_e \cdot V_0^2 \cdot D_2} \cdot x^2$$

21- En tenant compte des relations :

$$V_0 = V_B = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_1}{m_e}} \quad \text{et} \quad U_1 = U_2$$

nous aurons pour l'équation de la trajectoire $y(x)$:

$$y(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U_2}{m_e \cdot D_2} \cdot \frac{1}{V_0^2} \cdot x^2 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U_2}{m_e \cdot D_2} \cdot \frac{1}{\frac{2 \cdot e \cdot U_1}{m_e}} \cdot x^2 = -\frac{1}{4D_2} \cdot x^2$$

22- Pour $x=L$ (longueur des plaques P_1 et P_2) nous aurons pour la déviation $y(L)$ à la sortie des plaques :

$$y(L) = \frac{1}{4D_2} \cdot L^2 = \frac{1}{4 \times 6,0 \cdot 10^{-2}} \times (8,0 \cdot 10^{-2})^2 = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{m} \quad \text{soit} \quad 2,7 \text{cm}$$

23- A la sortie des plaques l'électron n'est plus soumis à l'influence d'un champ, donc sa trajectoire devrait être rectiligne uniforme (principe d'inertie ou première loi de Newton) avec une vitesse constante.

24- Ci-contre en trait plein la trajectoire de l'électron entre les plaques. En pointillés la trajectoire de l'électron à la sortie des plaques, mais cette dernière est purement fictive puisque l'électron heurte la plaque P_2 .

